إشكالية مفهوم العدان المترافقان في مجموعة الأعداد الحقيقية

محمد رشيدي عبده محمود
معلم أول (أ) رياضيات بالأزهر الشريف
Online instructor at Uopeople University

إشكالية مفهوم العدان المترافقان في مجموعة الأعداد الحقيقية

محمد رشيدي عبده محمود (*)

مستخلص البحث:

يهدف هذا البحث إلى توضيح التعارض بين مفهوم "العددان المترافقان" في مجموعة الأعداد المركبة ومفهوم "معامل ترشيد الجذور" أو "معامل تقليل الجذور" في مجموعة الأعداد الحقيقية من خلال تتبع التعريفات المختلفة لكلا التعريفين في العديد من المراجع العربية والأجنبية وكتب الرياضيات للمراحل المختلفة, وتبيان الخلط في استخدام أحدهما مكان الآخر في مجموعتي الأعداد الحقيقية ومجموعة الأعداد المركبة في مناهج الرياضيات المصرية وكذلك في المناهج الغربية وأن يقتصر الاستخدام في مجموعة الأعداد الحقيقية على مصطلح "معامل ترشيد الجذور" واستخدام مفهوم "العددان المترافقان" في مجموعة الأعداد المركبة فقط" لضمان بناء المفاهيم بطريقة صحيحة وفقاً للنظرية البنائية عند إنتقال الطلاب من مستوى المرحلة الإعدادية وصولاً ‘لى المرحلة الثانوية.

الكلمات المفتاحية: العددان المترافقان، معامل ترشيد الجذور، مجموعة الأعداد الحقيقية، مجموعة الأعداد المركبة.

* معلم أول (أ) رياضيات بالأزهر الشريف- مدرس أونلاين بجامعة Uopeople بكاليفورنيا.

Abstract:

The aim of this research is to clarify the contradiction between the concept of “conjugated numbers” in the complex number set and the concept of “the rationalization coefficient of roots” or “the coefficient of reducing roots” in the set of real numbers by tracing the different definitions of both definitions in many Arabic and foreign references and mathematics books for the different stages. And to clarify the confusion in the use of one of them in place of the other in the two sets of real numbers and the set of complex numbers in the Egyptian mathematics curricula as well as in the Western curricula, and that the use in the set of real numbers is limited to the term “rationalization coefficient of roots” and the use of the concept of “conjugated numbers” in the complex number set only to ensure Building concepts in a correct manner according to the constructivist theory when students move from the preparatory stage to the 'high school'

Keywords: Conjugate numbers, Rationalizing factor, Real Numbers, Complex Numbers.

مُقدمة:

إن التعامل مع مفهوم العددان المترافقان في مجموعة الأعداد الحقيقية، يشوبه الكثير من اللغط وضعف الصياغات والترجمات الخاطئة في أحيان كثيرة، ومن ثم وجدت أنه من واجبي كمعلم رياضيات أولاً، وباحث ثانياً أن أتصدى لهذا الأمر لكشف ما يعتريه من مغالطات وسقطات ما زالت حتى اليوم يتم استخدامها وكأنها من المُسلمات دون أن نُعطي لأنفسنا فرصة لمزيد من المراجعة والتحري الدقيق حول مدى صحة إستخدام هذا المفهوم من عدمه.

وفي تناولي لهذا الموضوع سوف إبدأ مستعيناً بالله بعرض الموضوع بداية من مجموعات الأعداد ومدى الإتفاق والإختلاف حول البعض منها في منطقتنا العربية وكذلك في المقررات الأجنبية المماثلة، وكذلك سيتم بناء الموضوع الخاص بالعددان المترافقان بدءاً من مجموعة الأعداد المركبة، ثم بعد ذلك الحديث عن الأعداد الحقيقية ومدى صحة تناول مصطلح "العددان المترافقان" فيها بنفس استعماله في مجموعة الأعداد المركبة، مدعماً ذلك بالعديد من المراجع العربية والأجنبية ذات الصلة الوثيقة بالموضوع.

الإحساس بمشكلة البحث:

نبع إحساس الباحث بمشكلة البحث من خلال عمله معلماً للرياضيات فترة قاربت على العشرين عاماً، حيث لمس التعارض الواضح في استخدام مفهوم العددان المترافقان الخاص بمجموعة الأعداد المركبة وتوظيفه في مجموعة الأعداد الحقيقية، وهو ما دعاه إلى البحث والتقصي وقد تمكن الباحث من بلورة مشكلة البحث، وتحديدها، وصياغتها، من خلال المحاور والأبعاد الآتية:

أولاً: الحاجة إلى مراجعة وتطوير محتوى كتب الرياضيات المدرسية للعمل على تطويرها وتلافي الأخطاء في المفاهيم والمصطلحات.

وهو ما تبين من خلال الأدبيات والدراسات السابقة التي تم استعراضها على سبيل المثال دراسة كل من (زيدان, ٢٠٠٤ , منصور, ٢٠٢٠, الخوالدة وآخرون، ٢٠٢١ ,

عباسي, ٢٠٢٢) والتي أشارت إلى ضرورة تقويم وتحسين ومراجعة محتوى كتب الرياضيات.

ثانياً: خبرة الباحث في تدريس الرياضيات والمشاركة في منتديات علمية عالمية.

ثالثاً: المقابلة الشخصية

حيث قام الباحث بمقابلة العديد من معلمي وموجهي الرياضيات (٣٥) معلماً وموجهاً لسؤالهم حول مدى اتفاقهم مع فكرة أن استخدام مفهوم العددان المترافقان في مجموعة الأعداد الحقيقية بشوبها الخطأ ومدى معرفتهم بمصطلح "معامل ترشيد الجذور" المقترح للإستخدام في مجموعة الأعداد الحقيقية وكانت النتائج كالأتي:

- ١٣ معلماً مع فكرة خطأ الاستخدام، ٢٢ معلماً إيدوا صحة المصطلح واستخدامه مع الأعداد الحقيقية (٣٧٪ ضد- ٦٣٪ مع).
- ٢٦ معلماً أبدوا عدم معرفتهم بمصطلح "معامل ترشيد الجذور" ورفض ٩ معلمين الإجابة (٧٤.٢٪)

من خلال ذلك أمكن صياغة مشكلة البحث في العبارة الأتية"

"توجد حاجة ضرورية لتغيير مفهوم العددان المترافقان في مجموعة الأعداد الحقيقية واستبداله بمفهوم آخر يتناسب مع طبيعة المجموعة"

ويمكن صياغة تساؤلات البحث في السؤالين الآتيين:

١- هل استخدام مصطلح "العددان المترافقان" مناسب لمجموعة الأعداد الحقيقية؟

٢- ما هو المصطلح البديل الذي يمكن استخدامة في مجموعة الأعداد الحقيقية عوضاً عن مصطلح "العددان المترافقان"؟

أهداف البحث:

يهدف البحث الحالي التوصل إلى:

١- خطأ استخدام مفهوم العددان المترافقان المستخدم في مجموعة الأعداد المركبة في مجموعة الأعداد الحقيقية.

٢- استخدام مصطلح "معامل ترشيد الجذور" في مجموعة الأعداد الحقيقية بديلاً لمفهوم العددان المترافقان.

أهمية البحث:

قد تسهم نتائج البحث في:

١- توجيه مصممي ومطوري المناهج إلى ضرورة العمل على تنقية محتوى الكتب الدراسية للرياضيات من بعض الأخطاء المفاهيمية.

٢- تبني القائمين على مناهج المرحلتين الإعدادية والثانوية استخدام مفهوم "معامل ترشيد الجذور" في مجموعة الأعداد الحقيقية بديلاً لمفهوم العددان المترافقان الخاص بمجموعة الأعداد المركبة.

محددات البحث:

يقتصر البحث الحالي على:

١- حد موضوعي: مقرر الجبر للصف الثاني الإعدادي الفصل الدراسي الأول.

٢- حد موضوعي: مقرر الجبر الصف الأول الثانوي الفصل الدراسي الأول.

مصطلحات البحث:

العددان المترافقان:

إذا كان لدينا العددان: $\boldsymbol{a+bi}\ ,\boldsymbol{a-\ bi}$ حيث $i=\sqrt{-1}$ فإن كلاً منهما يسمى "مرافقاً للآخر"، ومرافق العدد المركب هو عدد مركب آخر يختلف معه فقط في إشارة الجزء التخيلي مثل: $5+3i, 5-3i$. (Clark& Anfinthon, 2012, 855)

الأعداد الصماء Surds:

"الأعداد الصماء هي الأعداد التب تُكتب في صورة جذور تربيعية أو تكعيبية أو من أي درجة لأعداداً ليست كاملة (مربعة أو مكعبة.......) مثل $\sqrt{5}\ ,\sqrt{3},\sqrt{2}$ وتأخذ الصيغة العامة: $\sqrt[n]{a}$ حيث يسمى a أصل الجذر ويجب أن يكون عدد نسبي موجب، وتسمى n دليل الجذر ويجب أن تكون عدد طبيعي وإذا كانت $\sqrt[n]{a}$ عدداً صحيحاً لا يُسمى العدد في هذه الحالة عدداً أصم. (Gupta, 2022, 8)

معامل ترشيد الجذور:

يقال لعددين من الأعددا الصماء أن كل منهما "معامل ترشيد للآخر" إذا كان حاصل ضربهما عدداً نسبياً، فعلى سبيل المثال:

$$\left(5+\sqrt{3}\right)\left(5-\sqrt{3}\right)=25-3=22$$

لذلك يسمى كلاً من: $\mathbf{5-\sqrt{35}+\sqrt{3}}$, معامل ترشيد الجذور.

(Bansal, n.d, 41–43)

منهج البحث:

أعتمد البحث على المنهج الوصفي في قراءة وتحليل الأدبيات والدراسات السابقة ذات الصلة بمتغيرات البحث.

الإطار النظري:

ربما ترجع أهمية الأعداد ومجموعاتها وتصنيفاتها إلى أنها تمثل عصب الرياضيات وأساس بنائها الراسخ، حيث يرى **القوصي**[1] (٢٠١٣, ١١) أن علم التحليل الرياضي ومفاهيمه الأساسية تُبنى في أساسها على المفهوم الدقيق للعدد، وبالتالي يُمكن اعتبار دراسة مجموعات الأعداد نقطة أساسية في التحليل الرياضي.

والمتتبع لنشأة مجموعات الأعداد وتصنيفها يجد أنها نشأت أول ما نشأت للحاجة والمعاملات اليومية والتصنيفية وإجراء الحسابات المختلفة وتطورت مع مرور الزمن حتى وصلنا حالياً إلى مجموعات تمثل إمتداداً لمجموعة الأعداد المركبة وهو ما يُطلق عليه *Hyper complex numbers*.

مجموعة الأعداد الطبيعية التي يُرمز لها بالرمز N هي أول مجموعة أعداد في سلسلة مجموعات الأعداد وهناك خلاف في عدة مصادر حول عناصرها فمنهم من يرى أنها تكون على الشكل $N=\{1, 2, 3, 4,\ldots.\}$ مثل: Spiegel& Moyer (1998, 22) وهو صاحب سلسلة ملخصات سشوم الشهيرة في كافة فروع الرياضيات، ويتفق معه في هذا التوجه (العصار، أبو هليل، أبو صبيح، ٢٠١٣, ٢١) وكذلك (Stewart,

[1] تم التوثيق في هذا البحث وفق APA 7th

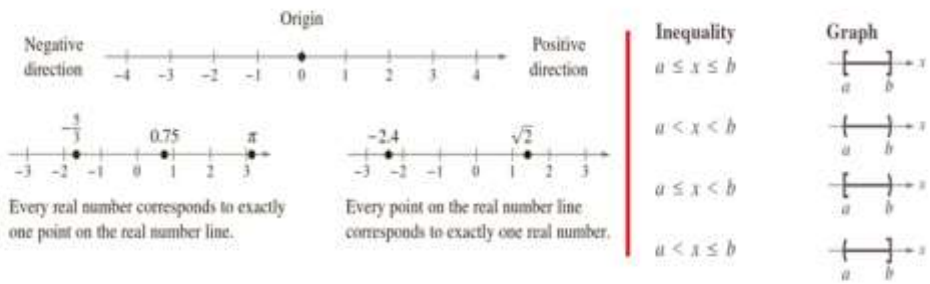
(Redlin, Watson, 2016, 7 حيث يرى هذا الفريق أنها هي ومجموعة أعداد العَد كما يُطلق عليها في منطقتنا العربية مجموعة واحدة تسمى مجموعة الأعداد الطبيعية.

الفريق الآخر الذي يرى أن مجموعة الأعداد الطبيعية تبدأ من الصفر أي أن *N={0,1,2,..}* ومنهم (القوصي, ٢٠١٣, ١١), (الكرخي, ٢٠١٤, ١٧) (Elwes, 2018, 32) , (Weissman, 2017, 1), وهناك من أعتبر أن إضافة الصفر إلى مجموعة الأعداد الطبيعية يستلزم تغيير الاسم بالتبعية كأنه مجموعة جديدة أطلقوا عليها "مجموعة الأعداد الكلية" ومنهم: (العصار, أبو هليل, أبو صبيح, ٢٠١٣, ٢١), (الخولي, ٢٠٢٠, ٣٥), (Jensen 2004, 13), وبالتالي هناك خلاف حول مجموعة الأعداد الطبيعية من حيث كون الصفر ينتمي لها أو لا ينتمي وقد تعرضنا لبعض الأراء مع أو ضد هذه الفكرة.

لا خلاف يُذكر على تكوين مجموعة الأعداد الصحيحة من ثلاثة أجزاء، الأعداد الصحيحة السالبة، والأعداد الصحيحة الموجبة, والصفر والتي يُعبر عنها بطريقة السرد كما يلي {......,−3,−2,−1,0,1,2,3,......}=Z.

وكما نشأت مجموعة الأعداد الصحيحة للتغلب على المشكلات التي ظهرت في إجراء عمليتي الطرح والقسمة في مجموعة الأعداد الطبيعية, نشأت مجموعة الأعداد النسبية التي عملت على علاج مشكلات إجراء القسمة من خلال الأعداد الكسرية التي يُعبر عنها كالآتي: $Q = \{ \frac{a}{b} : a, b \in Z, b \neq 0\}$, ولا يخفى عليكم أن كل مجموعة جديدة تمثل إمتداداً للمجموعة السابقة لها, ولكن مجموعة الأعداد النسبية لم تعمل على علاج جميع المشكلات مثل الأعداد التي لا يمكن وضعها على صورة بسط مقام مثل $\sqrt{2}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[5]{25}$ وهكذا وبالتالي ظهرت مجموعة الأعداد غير النسبية أو *Irrational numbers* والتي شملت جميع الجذور التربيعية للأعداد النسبية غير المربعات الكاملة, وجميع الجذور التكعيبية للأعداد النسبية غير المكعبات الكاملة, وجميع الجذور للأعداد الأولية (العدد الأولي هو العدد الذي ليس له قواسم سوى نفسه والواحد الصحيح), وكذلك النسبة التقريبية t والتي يعتقد البعض خطأ أنها تساوي $\frac{22}{7}$ حيث أنها عدد غير نسبي.

لقد مثلت مجموعة الأعداد الحقيقية حلاً مهماً للكثير من المشكلات حيث تشكلت من مجموعتي الأعداد النسبية وغير النسبية أو كما ذكر Aufmann& Nation (2014, 3) حيث ذُكر نصاً تعريف مجموعة الأعداد الحقيقية بأنها" *The rational numbers and irrational numbers taken together are real numbers.*" وهو بصيغته هذه نفس التعريف الذي نتعامل به في مدارسنا ومع طلابنا من أن مجموعة الأعداد الحقيقية تمثل إتحاد مجموعتي الأعداد النسبية وغير النسبية، وهو ما ساهم في ظهور الفترات كمجموعات جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية وتمثيلها على خط الأعداد بصور مختلفة كما في الشكل أسفل



(Larson, 2017, 3-5)

وربما من المفيد ونحن نتناول مجموعة الأعداد الحقيقية بالعرض والتحليل أن نتعرض لمصطلح "الجذور الصماء" أو ما يُعرف بـ " SURDS " حيث إنه محور الحديث عن تصويب المفهوم الخاص بالعددان المترافقان في مجموعة الأعداد الحقيقية.

الجذور الصماء: Surds

إن مفهوم الجذور الصماء من المفاهيم ذات الأهمية الكبيرة في مجموعة الأعداد الحقيقية نظراً لما يترتب عليه من عمليات وخصائص أدت بدورها إلى وجود هذا التعارض بين مفهوم العددان المترافقان في مجموعتي الأعداد الحقيقية ومجموعة الأعداد المركبة.

يُمكن تعريف الجذور الصماء من خلال التعريف التالي الذي أورده Kishan, 2006, 61) "إذا كان a عدد نسبي موجب, والذي لا يمكن التعبير عنه في صورة أي قوة نونية لعدد نسبي, في هذه الحالة يسمى العدد غير النسبي $\sqrt[n]{a}$ أو $a^{\frac{1}{n}}$ والذي يمثل الجذر النوني الموجب للعدد a الجذر الأصم للعدد a ويسمى n دليل الجذر."

ومع وجود مفهوم الجذور الصماء ظهر مفهوم آخر لا يقل عنه في الأهمية وهو " Rationalizing Factor" ونظراً لخصوصية مصطلحات ومفاهيم الرياضيات وأنها لن تخضع فقط لترجمات المتخصصين في اللغة الإنجليزية وإنما الضرورة تقتضي سؤال متخصصي الرياضيات أيضاً, وهو ما دعاني إلى سؤال مجموعة من المتخصصين من السادة أعضاء هيئة التدريس[2] في تخصص المناهج وطرق التدريس وكذلك السادة أعضاء هيئة التدريس من كليات العلوم قسم الرياضيات للتوافق حول ترجمة دقيقة لهذا المصطلح, ومن المهم في البداية ذكر الترجمة المعتمدة لهذا المفهوم كما ورد في Merriam webster بأن المصطلح " Rationalizing يعني التخلص من الأجزاء غير النسبية" في التعبيرات الرياضياتية وقد تم التوافق على تسمية المصطلح " Rationalizing factor " معامل ترشيد الجذور.

وقد ظهر هذا المصطلح في دراسات كلاً من:Kaltofen, Yang &zhi, 2008, Güven, 2009 , Berle & Caoiu, 2017 التي أستخدمت مصطلح Rationalizing للإشارة إلى التخلص من الجذور التربيعية للأعداد غير النسبية (الجذور الصماء), ولم يقف الباحث على حد علمه على دراسات عربية تناولت هذا المصطلح بالتعديل والدراسة.

ويرى الباحث أن إستخدام الدراسات السابقة هذا المصطلح في وجود مصطلح "العددان المترافقان" يؤكد أن استخدامه هو الأولى وأن يقتصر أستخدام مصطلح "العددان المترافقان" على مجموعة الأعداد المركبة فقط كما سيتضح لاحقاً.

[2] قائمة المحكمين في الملاحق قائمة رقم (١)

ومع ظهور مجموعة الأعداد الحقيقية ظن البعض أن كل المشكلات ربما قد تكون إنتهت، ولكن عند التعامل مع معادلات من الصيغة: $x^2 + 1 = 0, x^2 + 5x + 8 = 0$ ظهرت مشكلة جديدة وهي التعامل مع الجذور السالبة وهو ما لا يُمكن تحقيقه في مجموعة الأعداد الحقيقية، ومن ثم ظهرت الحاجة إلى مجموعة أعداد جديدة.

مجموعة الأعداد المركبة:

أشار (Reade, 2003, 3) إلى أنه إذا كان: $i = \sqrt{-1}$ فإن الأعداد التي تكون على الصورة $x + iy$ تسمى أعداداً مُركبة، ونكتب العدد المركب في الصورة $z = x + iy$ حيث يشير x إلى الجزء الحقيقي للعدد المركب، ويشير y للجزء التخيلي من العدد المركب.

العددان المترافقان:

من المصطلحات التي أرتبطت ارتباطاً وثيقاً بمجموعة الأعداد المركبة مصطلح "العددان الترافقان" حيث أشار (Yang, 2017, 195) إلى أن العددان على الصورة $a + ib, a - ib$ يطلق عليهما عددان مترافقان ويسمى كل منهما مرافقاً للآخر، بمعنى إذا كان: $z = a + ib$ فإن $\bar{z} = a - ib$ ويكن حاصل ضربهما نسبي دائماً.

من خلال العرض السابق نلاحظ الاختلاف في التطبيق بين مجموعتي الأعداد الحقيقية والأعداد المركبة في موضوع استخدام العددان المترافقان ومعامل ترشيد الجذور الذي يوصي الباحث في استخدامه في مجموعة الأعداد الحقيقية طبقاً لما تم استعراضة في الدراسات السابقة التي تناولت ذلك المصطلح.

توصيات البحث:

١- ضرورة العمل على إعادة تنقية المقررات الدراسية ومراجعتها وتطويرها.

٢- تفعيل استخدام مفهوم "معامل ترشيد الجذور" في مجموعة الأعداد الحقيقية كبديل مقترح لمفهوم العددان المترافقان الخاص بمجموعة الأعداد النسبية.

المراجع

أولًا: المراجع العربية:

القوصي، محمد مفيد. (٢٠١٣). **التكامل في الرياضيات**. عمّان: مركز الكتاب الأكاديمي.

العصار، رجائي سميح و أبو هليل, جواد يونس و أبو صبيح, محمد زهير. (٢٠١٣). **مدخل إلى أولمبياد ومسابقات الرياضيات (مُقدمة- مسائل- حلول)**. الرياض: العُبيكان للنشر والتوزيع.

الكرخي، مجيد. (٢٠١٤). التحليل الكمّي الإقتصادي (العلاقات الخطية). عمّان: دار المناهج للنشر والتوزيع.

Elwes.R.(2018). 1001 فكرة عن (الأعداد-الهندسة-الجبر-علم الإحصاء)(ترجمة:عبد الله, شريف السيد, فؤاد, محمد وخضير, وائل). عمّان: المجموعة العربية للتدريب والنشر.

الخولي، عبد الله عبد الحميد. (٢٠٢٠). **مبادئ القدرات-الجزء الأول**. (بدون دار نشر)

زيدان، عبير إبراهيم. (٢٠٠٤). تعليم الرياضيات بين التطوير والتفعيل. المؤتمر العلمي الرابع - رياضيات التعليم العام فى مجتمع المعرفة، القليوبية: **الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات**، ٤٠٢ - ٤٠٩. مسترجع من http://search.mandumah.com/Record/31316

منصور، عثمان ناصر. (٢٠٢٠). تقويم كتاب الرياضيات المطور للصف الخامس الابتدائي من وجهة نظر معلمي الرياضيات في حائل بالمملكة العربية السعودية. **المجلة العلمية لجامعة الملك فيصل - العلوم الإنسانية والإدارية**، مج٢١, ع١، ١٨١ - ٢٠٥. مسترجع من:
http://search.mandumah.com/Record/1039376

الخوالده، نرمين إكريم، ونجم، خميس موسى. (٢٠٢١). تقويم كتب الرياضيات المطورة لسنة (٢٠٢٠) للصفوف الأساسية العليا من وجهة نظر معلمي الرياضيات

فـي الأردن (**رسـالة ماجسـتير**). جامعـة آل البيـت، المفرق. مسـترجع مـن http://search.mandumah.com/Record/1254129

عباسي، سعاد. (٢٠٢٢). الحركة الإصـلاحية في علم الرياضيات وتطبيقاتها في مرحلة التعلـيم الثـانوي. **مجلــة البحــوث والدراســات العلميــة**، مـج١٦, ع١، ٤٩٤ – ٥١٢. مسترجع من http://search.mandumah.com/Record/1227070

ثانيًا: المراجع الأجنبية:

Aufmann, R. N., & Nation, R. D. (2014). College algebra (8th ed.). Cengage Learning .

Berele, A., & Catoiu, S. (2015). Rationalizing denominators. *Mathematics Magazine*, *88*(2), 121-136.

Güven, Y. (2009). The factors related to preschool children and their mothers on children's intuitional mathematics abilities. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *7*(3), 533-549.

Jensen, G. R. (2004). Arithmetic for teachers: With applications and topics from geometry. American Mathematical Society .

Kaltofen, E., Li, B., Yang, Z., & Zhi, L. (2008, July). Exact certification of global optimality of approximate factorizations via rationalizing sums-of-squares with floating point scalars. In *Proceedings of the twenty-first international symposium on Symbolic and algebraic computation* (pp. 155-164).

Kishan, H. (2006). Comprehensive Mathematics Ix. Laxmi Publications.

Larson, R. (2017). Algebra & Trigonometry (10th ed.). Cengage Learning .

Merriam-Webster. (n.d.). *Rationalizing definition & meaning*. Merriam-Webster. Retrieved December 5, 2022, from https://www.merriam-webster.com/dictionary/rationalizing

Reade, J. B. (2003). *Calculus with complex numbers*. CRC Press.

Spiegel, M. R., & Moyer, R. E. (1998). Schaum's outline of theory and problems of college algebra (2nd ed.). McGraw-Hill.

Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2016). Algebra and trigonometry (4th ed.). Cengage Learning.

Weismann, M. H. (2017). An illustrated theory of numbers. American Mathematical Society .

Yang, D. (2017). *Trigonometric functions and complex numbers*. World Century.

قائمة الملاحق

===================

١- قائمة المحكمين:

م	الإسم	الدرجة العلمية	الجامعة	الكلية
١	أ.د/ زكريا جابر حناوي	أستاذ	أسيوط	التربية
٢	د/ حسانين أبو المجد حماد	مدرس	سوهاج	العلوم
٣	د/ أسامة عجمي رشوان	مدرس	أسيوط	العلوم
٤	د/باسم سمير لبيب	مدرس	أسيوط	العلوم

ملحق رقم (٢)

صورة من كتاب الجبر للصف الثاني الإعدادي

٢٠٢٣/٢٠٢٢

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم والتعليم الفنى
الإدارة المركزية لشئون الكتب

الرياضيات

الصف الثانى الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

تأليف

أ. عمر فؤاد جاب الله

أد. عفاف أبو الفتوح صالح — د. عصام وصفى روفائيل

أ. محمود ياسر الخطيب — أ. سيرافيم الياس اسكندر

إشراف علمى

أ. جمال الشاهد

مستشار الرياضيات

مراجعة

أ/فتحى أحمد شحاتة — أ/سمير محمد سعداوي

إشراف تربوى

(مركز تطوير المناهج)

٢٠٢٢ – ٢٠٢٣ م

الوحدة الأولى ، الدرس الثامن

٢ **أوجد** قيمة كل من س + ص ، س × ص فى الحالات الآتية:

أ) س = ٣ + $\sqrt{٥}$ ، ص = ١ − $\sqrt{٥}$

ب) س = $\sqrt{٣}$ − $\sqrt{٢}$ ، ص = $\sqrt{٣}$ + $\sqrt{٢}$

جـ) س = ٥ − ٣$\sqrt{٢}$ ، ص = ٥ − ٣$\sqrt{٢}$

العددان المترافقان

إذا كان أ ، ب عددين نسبيين موجبين

فإن كلًا من العددين $\boxed{(\sqrt{أ} + \sqrt{ب}) ، (\sqrt{أ} - \sqrt{ب})}$ **هو مرافق للعدد الآخر .**

ويكون مجموعهما = $\boxed{٢\sqrt{أ}}$ = ضعف الحد الأول

وحاصل ضربهما = $(\sqrt{أ} + \sqrt{ب}) \times (\sqrt{أ} - \sqrt{ب}) = (\sqrt{أ})^{٢} - (\sqrt{ب})^{٢} = \boxed{أ - ب}$

= مربع الحد الأول − مربع الحد الثانى

حاصلُ ضربِ العددين المترافقين هو دائمًا عددٌ نسبيٌّ

إذا كان لدينا عددٌ حقيقيٌّ مقامه على الصورة ($\sqrt{أ}$ ± $\sqrt{ب}$) فيجب وضعُه فى أبسط صورة ، وذلك بضرب البسطِ والمقامِ فى مرافق المقام .

تدرب

أكمل

أ) $\sqrt{٥}$ + $\sqrt{٢}$ مرافقه (........) وحاصل ضربهما = ...

ب) ٥ − $\sqrt{٣}$ مرافقه (........) وحاصل ضربهما = ...

جـ) ٢$\sqrt{٣}$ + $\sqrt{٢}$ مرافقه (........) وحاصل ضربهما = ...

٣٠ الرياضيات - الصف الثاني الإعدادي

ملحق رقم (٣) كتاب الرياضيات للصف الأول الثانوي

تعلم

العمليات على الأعداد المركبة Operations on complex numbers

يمكن استخدام خواص الإبدال والتجميع والتوزيع عند جمع أو ضرب الأعداد المركبة. كما توضح ذلك الأمثلة التالية:

مثال

(٤) أوجد في أبسط صورة ناتج كلٍّ مما يأتي:

أ (٧ − ٤ت) + (٢ + ت) ب (٢ + ٣ت)(٣ − ٤ت)

الحل

أ المقدار = (٧ − ٤ت) + (٢ + ت)

= (٧ + ٢) + (−٤ + ١) ت — باستخدام خاصيتي الإبدال والتجميع

= ٩ − ٣ت — بالتبسيط

ب المقدار = (٢ + ٣ت)(٣ − ٤ت)

= ٢ (٣ − ٤ت) + ٣ت (٣ − ٤ت) — باستخدام خاصية التوزيع

= ٦ − ٨ت + ٩ت − ١٢ت² — بفك الأقواس

= ٦ − ٨ت + ٩ت + ١٢ — حيث ت² = −١

= (٦ + ١٢) + (−٨ + ٩) ت = ١٨ + ت — بالتبسيط

حاول أن تحل

(٤) أوجد في أبسط صورة ناتج كلٍّ مما يأتي:

أ (١٢ − ٥ت) − (٧ − ٩ت) ب (٤ − ٣ت)(٤ + ٣ت) ج (٥ − ٦ت)(٣ + ٢ت)

العددان المترافقان Conjugate Numbers

العددان المركبان أ + ب ت ، أ − ب ت يسميان بالعددين المترافقين فمثلًا ٤ − ٣ت ، ٤ + ٣ت عددان مترافقان، حيث:

(١) (٤ − ٣ت)(٤ + ٣ت) = (٤)² − (٣ت)²

= ١٦ − ٩ت² = ١٦ − ٩(−١) = ٢٥ (الناتج عدد حقيقي)

(٢) (٤ − ٣ت) + (٤ + ٣ت) = ٨ (الناتج عدد حقيقي)

تفكير ناقد:

هل بالضرورة أن يكون مجموع العددين المترافقين هو دائمًا عددًا حقيقيًّا؟ فسّر ذلك.

هل بالضرورة أن يكون حاصل ضرب العددين المترافقين هو دائمًا عددًا حقيقيًّا؟ فسّر ذلك.

١٢ الرياضيات – الصف الأول الثانوي دار الكتب الجامعية